

SESIÓN 4

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

I. CONTENIDOS:

1. Sumatoria y notación sigma.
2. Reglas de sumatoria.
3. Aplicaciones de la sumatoria.
4. Medidas de tendencia central:
 - a) Media aritmética.
 - b) Mediana.
 - c) Moda.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Sesión, el alumno:

- Utilizará la notación sigma.
- Realizará cálculos de:
 - Media aritmética.
 - Mediana.
 - Moda.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- ¿Cómo se obtiene y qué significa tu promedio de calificaciones?
- ¿Cómo se podría calcular el ingreso promedio de un mexicano?
- En algunos ejemplos en donde se utilicen promedios.

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. Sumatoria y notación sigma

La letra sigma mayúscula “ Σ ” se utiliza para expresar la suma de un conjunto de valores.

Para las categorías de un conjunto de valores de la variable X, ΣX significa la sumatoria de todas las categorías de dicha variable, de este modo se puede entender:

- ΣX^2 es la suma de los cuadrados de las categorías de la variable X.
- $(\Sigma X)^2$ es la suma de las categorías de la variable X, elevada al cuadrado.
- ΣY^2 es la suma de los cuadrados de las categorías de la variable Y.
- $(\Sigma Y)^2$ es la suma de las categorías de la variable Y, elevada al cuadrado.
- ΣXY es la suma de los productos de las categorías de las variables X e Y.
- $(\Sigma XY)^2$ es la suma de los productos de las categorías de las variables X e Y, elevada al cuadrado.
- $\Sigma X \Sigma Y$ es el producto de la suma de las categorías de la variable X por la suma de las categorías de la variable Y.

Si “a” es una constante, es decir un valor que no cambia.

$\Sigma(X + a)$ es la suma de todos los sumandos formados por las categorías de la variable X con la constante “a”.

$\Sigma(a X)$ es la suma de todos los productos formados por las categorías de la variable X con la constante “a”.

$\sum_{i=7}^{20} x_i$ Significa la suma desde el séptimo hasta el vigésimo término de las categorías de X.

Entendido lo anterior se tienen las siguientes reglas

2.1. Reglas de sumatoria

La sumatoria de una constante que aparece N veces en un conjunto, es simplemente N veces la constante.

$$\Sigma C = C + C + C + C + \dots + C \quad (\text{Es decir, la sumatoria de } N \text{ veces } C)$$

$$\Sigma C = NC$$

La sumatoria de los datos de una variable y una constante sumada, es igual a la sumatoria de los datos de la variable más N veces la constante.

$$\Sigma(X + C) = \Sigma X + NC$$

La sumatoria de los datos de una variable y una constante restada, es igual a la sumatoria de los datos de la variable menos N veces la constante

$$\Sigma(X - C) = \Sigma X - NC$$

La sumatoria de una variable con un multiplicador o con un divisor constante es igual a la constante, en su función de multiplicador o divisor, por la sumatoria de los datos de la variable.

$$\Sigma CX = C\Sigma X$$

$$\Sigma \frac{X}{C} = \frac{1}{C} \Sigma X$$

Se tiene también que:

$$\Sigma X^2 \neq (\Sigma X)^2$$

$$\Sigma XY \neq \Sigma X(\Sigma Y)$$

3.1. Aplicaciones de la sumatoria

La sumatoria tiene una gran cantidad de aplicaciones, por ejemplo en esta clase discutiremos las medidas de tendencia central y en la definición de la media está implícita la sumatoria. En las medidas de dispersión y en la regresión lineal, que se verán en las clases 6, 7 y 8 también se utiliza.

Ejemplo 1 Si las variables X e Y , así como la constante “ a ” tienen por categorías los siguientes datos, calcula las expresiones de sumatoria que se indican:

X : 2, 5, 4, 9, 3

Y : 8, 6, 9, 7, 8

$a = 3$

Calcula:

$$\Sigma X^2, (\Sigma X)^2, \Sigma X\Sigma Y, \Sigma XY, \Sigma(a X), \Sigma(Y + a)$$

Resolución:

$$\Sigma X^2 = 2^2 + 5^2 + 4^2 + 9^2 + 3^2 = 135$$

$$(\Sigma X)^2 = (2 + 5 + 4 + 9 + 3)^2 = (23)^2 = 529$$

$$\Sigma X\Sigma Y = (2 + 5 + 4 + 9 + 3)(8 + 6 + 9 + 7 + 8) = (23)(38) = 874$$

$$\Sigma XY = (2)(8) + (5)(6) + (4)(9) + (9)(7) + (3)(8) = 169$$

$$\Sigma(a X) = a \Sigma X = (3)(23) = 69$$

$$\Sigma(Y + a) = \Sigma Y + a n = (38) + (3)(5) = 53$$

4.1. Medidas de tendencia central

Una vez que se ha terminado la recopilación de los datos y se han elaborado los gráficos y las tablas de distribución correspondientes; se dispone de la posibilidad de resumir la distribución mediante algunos indicadores, estos se llaman también sintetizadores. Los que abordaremos en esta clase son las medidas de tendencia central, en torno de los cuales parecen agruparse los datos de una distribución.

4.1.1. Media aritmética

Es el promedio de los datos de una distribución, se calcula sumando los datos y luego dividiendo la suma entre el número de observaciones. Se calcula con la fórmula

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

4.1.2. Mediana

Es el valor central de la distribución, divide a la misma en dos partes iguales. Los datos se ordenan de mayor a menor para localizar el valor central. La posición del valor central, en los datos ordenados, se localiza sumando uno a la cantidad de datos y el resultado se divide entre dos

4.1.3. Moda

Es la categoría que más repeticiones muestra en la distribución. La mayoría de las distribuciones tienen una sola moda, pero puede haber distribuciones con una o más modas,

Ejemplo 2 Si las categorías de la variable “número de puntos obtenidos al lanzar dos dados” son los siguientes resultados en 21 repeticiones, determina las medidas de tendencia central de la distribución.

5, 8, 3, 7, 12, 9, 6, 4, 10, 8, 7, 7, 9, 4, 6, 8, 7, 5, 8, 7, 6

Resolución:

Se ordenan los datos de menor a mayor:

3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 12

Se suman los datos, la suma es 146.

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{146}{21} = 6.95$$

El resultado promedio del lanzamiento de los dados es de 6.95

La mediana se localiza en su posición con la fórmula:

$$M_e = \frac{N+1}{2} = \frac{21+1}{2} = 11$$

En los datos ordenados se localiza la categoría número 11 y esa es la mediana:

$M_e = 7$ Al menos la mitad de los resultados del lanzamiento de dos dados es 7 o más.

La moda es la categoría con mayor frecuencia, en este caso la categoría que más veces se repite es el 7, por lo tanto:

$M_o = 7$

El resultado más frecuente en el lanzamiento de dos dados es el 7

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

A. Realiza las operaciones indicadas de acuerdo a los datos.

$$X = 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 17, 21, 24$$

$$Y = 3, 5, 7, 9, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 31$$

$$Z = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 28.$$

$$A = 3$$

$$B = \frac{1}{4}$$

1. $\sum x^2$

2. $\sum xz$

3. $A \sum x$

4. $\sum (BY)$

5. $\sum x \sum z (\sum y + A)$

6. $B \sum x (\sum y)^2$

7. $\sum (Bz) \sum X$

8. $\sum_{i=6}^{12} y_i$

9. $\sum_{i=1}^9 x_i$

B. Calcula las medidas de tendencia central para cada caso e interprétalas.

1. $X = 1, 4, 3, 6, 2, 4, 5, 3, 1, 2, 3, 5, 1, 2$

2. $X = 1.2, 4.5, 7.6, 6.8, 3.8, 6.1, 9.4, 5.2, 1.2, 6.7$

3. $X = \frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{1}{3}, \frac{7}{5}, \frac{7}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{7}{6}, \frac{1}{3}, \frac{6}{13}, \frac{23}{45}$